Kompleksni brojevi
Vrsta: Seminarski | Broj strana: 24 | Nivo: Ekonomski fakultet

Imaginarni brojevi prvi put su se pojavili u 16. stoljeću vezano za problem rješavanja kubne jednadžbe. Njihova upotreba raširila se tokom 19. stoljeća, kad su se pojavile i prve primjene.
Najpoznatije primjene vezane su za teoriju elektriciteta i magnetizma (koju bitno pojednostavljuju) te za kvantnu teoriju.
Kao motivacija za uvođenje imaginarnih brojeva obično se uzimaju kvadratne jednadžbe s realnim koefcijentima. Poznato je da ako je diskriminanta D = b2 - 4ac kvadratne jednadžbe ax2+bx+c = 0 negativna, ta jednadžba nema realnih rješenja. Osnovni primjer takve jednadžbe je
x2 + 1 = 0:
Po dogovoru, ta jednadžba (iako nema realnih rješenja jer bi to bio realan x koji kvadriran daje negativan broj -1) ima dva rješenja u kompleksnim brojevima. To su i i -i tj. Oba broja (i i -i) su rješenja kvadratne jednadžbe x2 +1 = 0 (kao što su 1 i -1 rješenja kvadratne jednadžbe x2-1 = 0). Broj i zove se imaginarna jedinica. Dakle, defnicija imaginarne jedinice je da je to jedan od dva moguća broja koji kvadrirani daju 1:
i2 = -1:
Isto svojstvo ima i -i: (-i)2 = (-i)(-i) = (-1)2i2 = 1 f (-1) = -1.
Kompleksni brojevi se defniraju kao sve linearne kombinacije (s realnim koefcijentima)
brojeva 1 i i tj. kompleksni brojevi su brojevi oblika
z = x + yi
s x; y 2 R. Broj x se zove realni dio, a broj y imaginarni dio kompleksnog broja z (dakle: i realni i imaginarni dio kompleksnog broja su realni brojevi). Skup svih kompleksnih brojeva označavamo s C. Skup R je podskup od C jer svaki realni broj x možemo shvatiti kao kompleksni broj x + 0 f 1. Brojeve kojima je realni dio nula zovemo čisto imaginarnima.
Napomena 1. Za one koji znaju defniciju dimenzije vektorskog prostora: Po defniciji C je dvodimenzionalni vektorski prostor (nad realnim brojevima). Kako mu bazu čine 1 te i, možemo ga interpretirati kao i svaki drugi realni dvodimenzionalni vektorski prostor: pomoću koordinatnog sustava u ravnini.
Kompleksna ravnina
Početkom 19. stoljeća Argand i Gauss uveli su način vizualizacije kompleksnih brojeva. Svaki kompleksan broj z = x + yi možemo poistovjetiti s točkom (x; y) u koordinatnoj ravnini (I obrnuto: svakoj točki odgovara kompleksan broj), uz uobičajeni Cartesiusov koordinatni sustav.
Pritom uzimamo da apscise predstavljaju realne, a ordinate imaginarne dijelove pa se koordinatne osi u ovom slučaju zovu realna i imaginarna os. Na realnoj osi tada se nalaze svi realni brojevi (oni kojima je imaginarni dio 0), a na imaginarnoj svi čisto imaginarni (oni kojima je realni dio 0). Prikaz kompleksne ravnine vidljiv je na slici 1.
Slika 1: Kompleksna ravnina.
Zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva
Dva kompleksna broja zbrajamo (oduzimamo) tako da im zbrojimo (oduzmemo) realne odnosno imaginarne dijelove:
Primjer 1